JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ
Prof. Dr.-Ing. Ernst Althaus,
Dr. Tobias Baumann

10. Übung

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Laufzeit des Algorithmus von Wigderson!

Aufgabe 2: k-färbbar

Geben Sie einen Algorithmus an, der einen zufälligen k-färbbaren Graphen mit n Knoten erzeugt! Übergabeparameter sind n, die Anzahl der Knoten, k, die Anzahl der Farben und p, die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen zwei Knoten verschiedener Farbe eine Kante existiert.

Wie muss der Algorithmus geändert werden, wenn als p die Wahrscheinlichkeit für eine Kante zwischen zwei beliebigen Knoten aufgefasst wird?

Implementieren Sie den Algorithmus und färben Sie auf diese Weise erzeugte Graphen mit dem Greedy-Algorithmus und dem DSATUR-Algorithmus. Verwenden Sie folgende Parameter: $n \in \{100, 200, 300, 400, 500, 1000\}$, $k \in \{3, 4, 5, 6\}$ und $p \in \{0.5, 0.2, 100/n, 20/n, 10/n, (100/n)^2\}$. Vergleichen Sie die Ergebnisse und stellen Sie sie übersichtlich dar!

Zusatz: Implementieren Sie den Algorithmus von Wigderson für k-färbbare Graphen und den Algorithmus von Johnson und vergleichen Sie deren Färbungsergebnisse mit denen der anderen Algorithmen.

Aufgabe 3: Fortschritte

Zeigen Sie, dass man mit einem Algorithmus, der immer einen der drei Fortschritte erzielt, einen k-färbbaren Graphen mit $O(f(n) \log n)$ Farben färben kann, wobei $f(n)$ monoton nicht fällt und folgende Bedingung erfüllt: $\exists c_1, c_2 > 1, n_0 : c_1 f(n) \leq f(2n) \leq c_2 f(n) \forall n \geq n_0$.

Typ 1: Eine unabhängige Menge mit $\frac{n}{f(n)}$ Knoten

Typ 2: Eine unabhängige Menge I mit $|N(I)| \leq f(n)|I|$

Typ 3: Zwei Knoten mit derselben Farbe in jeder k-Färbung.