

## 9. Übung

### Aufgabe 1: Färbungsalgorithmenvergleich

Implementieren Sie den Greedy-Algorithmus und den DSATUR-Algorithmus zum Färben von Graphen. Probieren Sie für den Greedy-Algorithmus mehrere Varianten der Knotenauswahl, z.B.

- Knotennummer auf- und absteigend
- Knotengrad auf- und absteigend
- zufälliger Knoten
- Reihenfolge bei Breiten- bzw. Tiefensuche

Testen Sie die Varianten auf zufälligen Graphen und auf den Graphen der DIMACS Implementation Challenge<sup>1</sup>. Vergleichen Sie die Färbungsergebnisse.

### Aufgabe 2: Ungleichungen

Zeigen Sie, dass die Ungleichungen aus dem Satz über die Anzahl maximaler unabhängiger Mengen mit höchstens  $k$  Knoten tatsächlich erfüllt sind!

$$\text{Fall 1: } 3^{4k-(n-1)} \cdot 4^{(n-1)-3k} + 3^{4(k-1)-(n-4)} \cdot 4^{(n-4)-3(k-1)}$$

$$\text{Fall 2: } 3^{4(k-1)-(n-2)} \cdot 4^{(n-2)-3(k-1)} + 3^{4(k-1)-(n-d-1)} \cdot 4^{(n-d-1)-3(k-1)}$$

$$\text{Fall 3: } 3^{4(k-1)-(n-1)} \cdot 4^{(n-1)-3(k-1)}$$

$$\text{Fall 4: } 2 \cdot 3^{4(k-1)-(n-3)} \cdot 4^{(n-3)-3(k-1)} + 3^{4(k-1)-(n-4)} \cdot 4^{(n-4)-3(k-1)}$$

$$\text{Fall 5: } 3^{n/3}$$

Alle Werte sollen höchstens  $3^{4k-n} \cdot 4^{n-3k}$  sein.

### Aufgabe 3: Beweise

- Zeigen Sie, dass es NP-schwer ist, einen 3-färbbaren Graphen mit 4 Farben zu färben.
- Zeigen Sie, dass man jeden planaren Graphen mit 5 Farben färben kann.
- Zeigen Sie, dass es NP-schwer ist zu bestimmen, ob ein Graph  $k$ -färbbar ist.

<sup>1</sup>[ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/challenge/graph/benchmarks/color/](http://dimacs.rutgers.edu/pub/challenge/graph/benchmarks/color/)